

Ю.М. Заболотнов, Д.И. Фефелов

**ВЫБОР МЕТОДА РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ОДУ ПРИ
МОДЕЛИРОВАНИИ РАЗВЕРТЫВАНИЯ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ
КАК СИСТЕМЫ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

С середины 60-х годов появился интерес к использованию тросовых систем (ТС) в космосе. Описано множество применений ТС, но прежде чем использовать тросовую систему ее надо сначала привести в рабочее состояние. В работе рассматривается связка из двух объектов: спутника и капсулы. В начальный момент времени они объединены в единое целое и развертывание связки представляет собой процесс перевода спутника и капсулы в состояние, когда они находятся на некотором расстоянии друг от друга, оставаясь соединенными тросом. Механизм отделения сообщает капсуле начальную скорость 2 м/с, направленную по локальной геовертикали к Земле, и развертывание происходит под действием гравитационных сил, силы натяжения троса и сил аэродинамического сопротивления без использования реактивных двигателей.

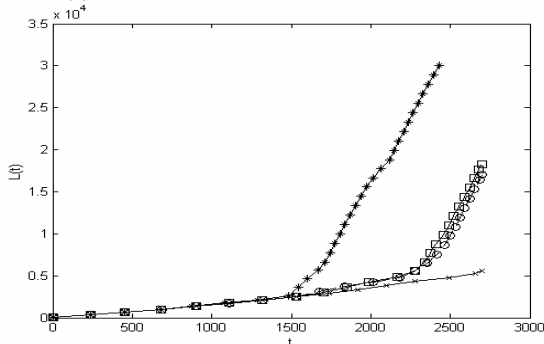
Настоящая работа посвящена моделированию и численному решению задачи развертывания ТС. В качестве базовой была взята математическая модель из [1]. Однако потребовалась ее доработка, поскольку в данном случае система имеет переменное количество элементов, а также добавляется сила, действующая на первый элемент системы со стороны управляющего механизма [2].

Так же для моделирования развертывания потребовалось реализовать несколько методов решения системы ОДУ, поскольку используемый в [1] метод Рунге–Кутты–Фехлберга (rkf45) оказался не устойчивым. В качестве альтернативы были реализованы методы Адамса–Бэшфорта–Мултона (АБМ), Розенберга (W-method, далее ros4w) и метод дифференцирования назад (bdf). Все методы имеют четвертый порядок точности. Также исследовалось влияние длины элементов l_i системы и соответственно их количества на устойчивость решения.

Моделировалось развертывание тросовой системы в течении 2 700 сек при начальной высоте круговой орбиты 300 км.

Влияние шага. Результаты, для различных методов, длин элементов и величин шага показаны в табл. 1. В большинстве случаев

при малом шаге различные методы дают близкий результат, различающийся менее чем на 0,3%. Однако на рис. 1 показана принципиально иная ситуация. Графики расходятся и резко отличаются от результатов других вычислений. Используемые методы становятся неустойчивыми. Лучше всех себя проявляет метод Адамса–Башфорта–Мултона, а самым неудачным при больших h стал метод дифференцирования назад.



Р и с. 1. Зависимость длины троса от времени при $l_i = 125$ м и шаге $h = 0,5$.

($\times$ – АБМ; $*$ – bdf4; $\odot$ – rkf45; $\square$ – ros4w)

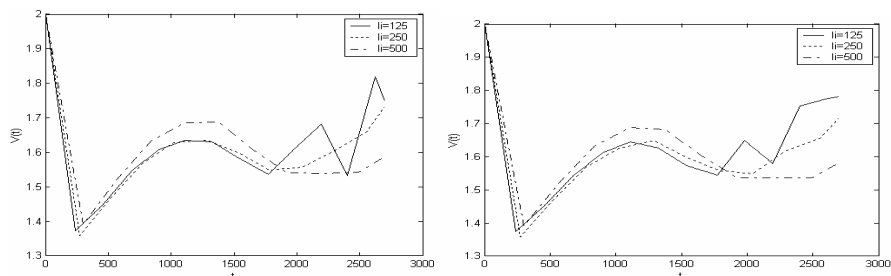
Т а б л и ц а 1

Результаты вычислений

l_i	h	ros4w	rkf45	bdf	АБМ
125	0,01	4 260,4	4 256,9	4 255,5	4 255,6
250	0,01	4 215,8	4 215,8	4 216,9	4 216,9
500	0,01	4 230,5	4 230,4	4 230,3	4 230,5
125	0,05	4 265,4	4 271,2	4 260,3	4 260,3
250	0,05	4 219,7	4 215,6	4 218,3	4 217,0
500	0,05	4 229,6	4 229,2	4 227,9	4 230,3
125	0,5	18 278,0	17 002,0	30 020,0	5 562,5
250	0,5	4 336,6	4 325,4	4 586,6	4 295,1
500	0,5	4 218,2	4 238,2	4 222,3	4 228,1

Влияние длины элементов системы. Следует отметить другой фактор, оказывающий существенное влияние на вычислительный процесс – это длина элементов системы. Система уравнений становится более жесткой, вычислительный процесс заметно замедляется.

На рис. 2 видно, что с уменьшением длины элемента возрастает неустойчивость, что особенно заметно при $l_i = 125$ м. Это видно и из данных табл. 1. Так же в обоих случаях можно заметить похожее влияние уменьшения длины элемента скорость. Компенсировать возникающую нестабильность можно уменьшением шага, но это приводит к значительному замедлению вычислений (см. табл. 2). При крупном шаге более высокую скорость показывают многошаговые методы, а при более мелком быстрее работают одношаговые методы.



Р и с. 2. Зависимость скорости троса от времени шаге $h = 0,01$
(АБМ – справа, ros4w –слева)

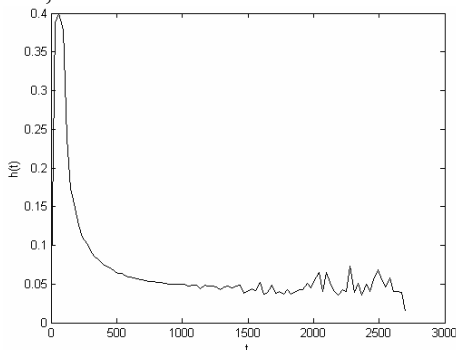
Т а б л и ц а 2

Время вычислений

l_i	h	ros4w	rkf45	bdf	АБМ
125	0,01	2 629	1 934	2 691	3 065
250	0,01	1 479	1 084	1 632	1 838
500	0,01	1 082	858	1 117	1 267
125	0,05	526	446	151	155
250	0,05	326	274	85	95
500	0,05	233	188	60	65
125	0,5	154	115	56	18
250	0,5	35	29	9	10
500	0,5	24	18	6	5

Основываясь на вышесказанном, а также поскольку методы rkf45 и bdf снижают устойчивость при увеличении шага, в качестве самого оптимального был выбран метод Розенброка (модификация Вольф-брандта). На рис. 3 показано изменение шага интегрирования при абсолютной и относительной ошибке 10^{-3} и ограничении на шаг

$0,00001 \leq h \leq 0,4$, $l_i = 125$. Как видно большая часть вычислений проходит при $h \approx 0,05$. При этом время вычислений составляет 478 сек, что почти на 20% меньше времени, затраченного при моделировании при $h = 0,05$. При этом полученный результат $L = 4\,266,7$ отличается на 1,3 м, то есть на 0,03%.



Р и с. 3. Зависимость шага интегрирования от времени для gos4w

В результате проведенных тестов был выбран метод Розенброка четвертого порядка точности с автоматическим выбором шага. Этот метод, в отличие, например от метода Рунге–Кутты–Фехлберга, позволяет преодолевать жесткость системы, которая особенно сильно проявляется при увеличении количества элементов тросовой системы. При этом он показывает более выгодные скоростные качества по сравнению с методом Адамса–Бэшфорта–Мултона.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Заболотнов Ю.М., Фефелов Д.И.* Математическая модель движения тросовой системы с распределенными параметрами // Математическое моделирование и краевые задачи. Тр. Всеросс. научн. конф. Ч. 2. Самара: СамГТУ, 2004. С. 86–88.
2. *Щедров В.С.* Основы механики гибкой нити. Л.: Машгиз, 1961.